

Erwartungsbewertung und Lösungen

Nur für die Lehrkraft

Die drei Musterarbeiten Kriterium für Kriterium · Lösungen zu M 5, M 7 und M 8 ·
Rückmeldebogen zur Entwurfsfassung

Nicht an die Lernenden austeilen

Die Punktzahlen zu den Musterarbeiten werden in Doppelstunde 5 erst nach der Punktekonferenz bekanntgegeben, in Doppelstunde 6 vorab (dort ist die Frage nicht, welche Arbeit besser ist, sondern woran der Unterschied hängt).

Dirk Kehm · IGS Ho-Chi-Minh-Stadt · Stand: 28. September 2026

Teil A Wie diese Bewertungen zu lesen sind

Die drei Musterarbeiten wurden für diesen Workshop geschrieben. Sie sind gekürzt: Eine echte Erkundungsarbeit hat 12 bis 20 Seiten mit doppeltem Zeilenabstand, diese haben vier bis sechs Seiten mit anderthalbfachem. Der Umfang ist deshalb kein Bewertungsgegenstand – alles andere schon.

Die Punktzahlen sind keine amtlichen Werte. Sie sind so gesetzt, dass sich an jeder Stelle genau benennen lässt, warum die nächsthöhere Ebene nicht erreicht ist. Dort, wo die Zuordnung strittig ist, steht das ausdrücklich dabei – diese Stellen sind die produktiven Streitfälle für die Punktekonzferenz.

Arbeit	Kurs	A	B	C	D	E	Summe	Vertretbare Spanne
A Der Goldene Schnitt	SL	2	1	1	1	2	7	5 bis 8
B Die Abkühlung meines Kaffees	SL	3	2	2	2	3	12	11 bis 14
C Der schnellste Weg zum Bus	HL	4	4	3	2	5	18	17 bis 19

Die drei Regeln, die in Doppelstunde 5 vermittelt werden

1. Von unten aufsteigend lesen, bis ein Deskriptor nicht mehr zutrifft. Die letzte zutreffende Ebene gilt.
2. Best fit statt Häkchenliste: Der Deskriptor muss insgesamt passen, nicht in jedem Wort.
3. Jedes Urteil braucht einen Beleg mit Seitenzahl. Ohne Beleg keine Punktzahl.

Die Lehrerhandreichungen der IB verlangen im Übrigen, dass die endgültige Arbeit mit Anmerkungen versehen wird, die zeigen, wo und warum eine bestimmte Ebene zuerkannt wurde. Ohne diese Anmerkungen kann der Moderator die Punktzahl schwerer bestätigen. Die Belegspalte in M 11 ist genau dafür die Übung.

Muster A – Der Goldene Schnitt

Standard Level · 7 von 20 Punkten

Ebene 2 von 4 Kriterium A: Präsentation

Warum diese Ebene Es gibt eine Gliederung: nummerierte Abschnitte, eine Einleitung, ein Fazit, ein Quellenverzeichnis. Die Abbildungen stehen im Text. Insoweit sind Ansätze einer Gliederung klar vorhanden, und Abschnitt 2 und 3 hängen inhaltlich zusammen.

Warum nicht höher „Stimmig“ verlangt, dass die Arbeit ihr Ziel erfüllt – sie nennt aber gar kein Ziel. Die Einleitung kündigt an, was vorgestellt wird, nicht was untersucht wird. Abschnitt 4 (Natur und Kunst) steht unverbunden neben Abschnitt 2 und 3; das Fazit fasst zusammen, ohne etwas zu beantworten. Damit ist die Arbeit nur teilweise stimmig – Ebene 2, nicht 3.

Ebene 1 von 4 Kriterium B: Mathematische Kommunikation

Warum diese Ebene Es gibt mathematische Kommunikation: eine Herleitung, eine Tabelle, ein Diagramm, eine Formel.

Warum nicht höher Das Handbuch nennt für Ebene 1 zwei Beispiele, und beide liegen hier vor. Erstens: durchgehender Gebrauch von Computerschreibweise – „ x^2 “, „ $\sqrt{5}$ “, „ Φ^n “, „ $(1-\Phi)^n$ “ im ganzen Text, ohne dass es eine softwareerzeugte Ausgabe wäre. Zweitens: eine unbeschriftete Abbildung, deren Unterschrift nur „Abbildung“ lautet. Dazu: 1.618033988749895 mit fünfzehn Stellen ohne jede Bemerkung zur Genauigkeit; a und b werden genannt, aber nie einer Figur zugeordnet. Und die Unterschrift „Die goldene Spirale“ ist sachlich falsch: Gezeichnet ist die aus Fibonacci-Quadraten zusammengesetzte Näherung aus Viertelkreisen, nicht die logarithmische Spirale mit dem Wachstumsfaktor Φ . Die beiden sind sich ähnlich, aber nicht dasselbe – ein Beschriftungsfehler, den eine gute Gruppe findet.

Ebene 1 von 3 Kriterium C: Persönlicher Einsatz

Warum diese Ebene „Ich habe dieses Thema gewählt, weil ich es sehr interessant finde“ und die Auswahl der Beispiele in Abschnitt 4 sind ein Mindestmaß an eigenem Zugriff.

Warum nicht höher Alles in der Arbeit ist leicht verfügbare Mathematik im Schulbuchstil, ohne eigene Sichtweise – genau das, was das Handbuch als „wahrscheinlich kein hohes Leistungsniveau“ bezeichnet. Der Satz im Fazit, es sei viel Zeit investiert worden, zählt ausdrücklich nicht: Persönlicher Einsatz ist kein Maß für Anstrengung.

Strittig

Für Ebene 0 lässt sich argumentieren: Die einzige persönliche Äußerung ist eine Behauptung von Interesse. Wer so bewertet, hat den Deskriptor richtig gelesen. Ich gebe 1, weil die Auswahl der Beispiele eine, wenn auch schwache, eigene Entscheidung ist.

Ebene 1 von 3 Kriterium D: Reflexion

Warum diese Ebene Das Fazit fasst zusammen, was gezeigt wurde, und äußert sich zum Erkenntnisgewinn („dass eine einzige Zahl in so vielen Bereichen auftaucht“). Das ist eine Beschreibung von Ergebnissen – und damit eingeschränkte Reflexion.

Warum nicht höher Es fehlt jede Auseinandersetzung mit Grenzen, mit Alternativen, mit dem Wert des Ergebnisses. Die Behauptungen über Parthenon und Mona Lisa werden nicht geprüft, obwohl genau dort die interessante Frage läge. Für Ebene 2 müsste mindestens eine Einschränkung diskutiert oder zwei Zugänge verglichen werden.

Ebene 2 von 6 Kriterium E: Nutzung der Mathematik

Warum diese Ebene Die Herleitung von ϕ aus $x^2 - x - 1 = 0$ ist korrekt und gehört zum Lehrplan (quadratische Gleichungen). Die Quotiententabelle ist richtig gerechnet. Ein begrenztes Verständnis wird also demonstriert.

Warum nicht höher Für Ebene 3 müsste die Mathematik „passend zum Niveau des Kurses“ sein. Eine einzelne quadratische Gleichung liegt an der Grenze zu den notwendigen Vorkenntnissen; das Handbuch sagt ausdrücklich, dass eine Arbeit nicht ausschließlich darauf beruhen soll. Die Formel von Binet wird hingeschrieben, aber weder hergeleitet noch benutzt – sie demonstriert kein Verständnis. Die Konvergenz der Quotienten wird behauptet („man sieht“), nicht gezeigt. Und: Die Angabe der korrekten Antwort reicht laut Handbuch nicht aus, um Verständnis zu demonstrieren.

Gesamturteil

Eine Arbeit, die alle Merkmale eines Referats trägt: ein Thema statt einer Frage, referierte statt eigener Mathematik, unbelegte Behauptungen aus der Populärliteratur. Die Lehrerhandreichungen sagen dazu knapp: Rein deskriptive historische Themen sind nicht geeignet. Genau diese Arbeit ist der Grund, warum die Themenwerkstatt in Doppelstunde 4 vor der Themenfestlegung liegt.

Muster B – Wie schnell kühlt mein Kaffee ab?

Standard Level • 12 von 20 Punkten

Ebene 3 von 4 Kriterium A: Präsentation

Warum diese Ebene Die Arbeit ist stimmig: Die Einleitung nennt die Frage, jeder Abschnitt bringt sie weiter, Abschnitt 6 beantwortet sie, das Fazit greift sie auf. Sie ist gut gegliedert: Einführung vorhanden, Ziel benannt, Schluss vorhanden, beide Abbildungen und beide Tabellen stehen an der passenden Stelle im Text.

Warum nicht höher „Prägnant“ ist sie nicht ganz. Tabelle 1 ist aus Platzgründen in zwei Blöcke zerlegt, was das Lesen erschwert. Die Zusatzrechnung zu 45 °C in Abschnitt 6 gehört nicht zur gestellten Frage. Beides sind Kleinigkeiten – aber Ebene 4 verlangt, dass nichts Irrelevantes übrig bleibt.

Ebene 2 von 4 Kriterium B: Mathematische Kommunikation

Warum diese Ebene Die abgesetzten Gleichungen sind sauber gesetzt und nummeriert, es gibt drei Darstellungsformen (Tabelle, Graph, Formel), und die Linearisierung in Abbildung 1 ist vollständig beschriftet, bis hin zur Einheit im Logarithmus.

Warum nicht höher Abbildung 2 hat keine Beschriftung und keine Einheit an der Ordinate – das Handbuch nennt unbeschriftete Abbildungen ausdrücklich als Beispiel für die unterste Ebene. Im Fließtext steht durchgehend Taschenrechnerschreibweise: „T_U“, „T_O“, „e^3,9510“. Die Konstante k wird eingeführt, aber nie mit Einheit versehen, obwohl sie eine hat (1/min). Und T bezeichnet einmal die Funktion T(t), einmal einen Wert („ln(T – 26)“). Die Kommunikation ist damit in Ansätzen relevant und angemessen, aber nicht konsistent.

Strittig

Für Ebene 3 lässt sich argumentieren, weil alles außer Abbildung 2 ordentlich ist. Ich bleibe bei 2, weil die unbeschriftete Abbildung im Handbuch namentlich genannt ist und die Notationsmischung sich durch den ganzen Text zieht. Für die Lerngruppe ist das die wichtigste Beobachtung der Doppelstunde: Zwei Punkte hängen hier an einer Achsenbeschriftung und an konsequenter Schreibweise – das ist der billigste Punktgewinn der ganzen Arbeit.

Ebene 2 von 3 Kriterium C: Persönlicher Einsatz

Warum diese Ebene Die Frage stammt aus dem eigenen Alltag und ist konkret. Die Daten sind selbst erhoben, nicht nachgeschlagen. Die Trinktemperatur von 55 °C ist eine eigene Festlegung, die der Frage erst ihren Sinn gibt. Der Einsatz treibt die Arbeit voran, und man versteht die Absicht der Verfasserin – das ist genau der Deskriptor für „deutlich“.

Warum nicht höher Für „herausragend“ fehlt die kreative Wendung: keine eigene Darstellungsform, keine Vorhersage, die vorher aufgestellt und dann geprüft wird, kein zweiter Blickwinkel. Die Arbeit macht das Naheliegende sorgfältig – aber nur das Naheliegende.

Ebene 2 von 3 Kriterium D: Reflexion

Warum diese Ebene Abschnitt 7 diskutiert zwei echte Einschränkungen: die als konstant angenommene Umgebungstemperatur, die sich tatsächlich änderte, und die einzelne Messreihe. Zur zweiten steht sogar, was eine weitere Reihe gebracht hätte (Prüfung, ob k reproduzierbar ist). Eine Einschränkung diskutieren ist im Handbuch das Beispiel für sinnvolle Reflexion.

Warum nicht höher Für Ebene 3 müsste die kritische Reflexion sich durch die Arbeit ziehen oder, wenn sie nur am Schluss steht, von hoher Qualität sein und zeigen, wie sie die Arbeit vorangebracht hat. Hier steht sie am Ende und bleibt folgenlos: Die genannte Schwäche wird weder quantifiziert noch in der Antwort berücksichtigt. Tabelle 2 hätte den Ansatzpunkt geliefert: Sie zeigt acht der fünfzehn Abweichungen, ohne dass die Auswahl begründet würde – und die größte Abweichung von $0,66\text{ °C}$, die im Text genannt wird, ist gerade nicht darunter. Wer eine Auswahl zeigt, muss sagen, wonach ausgewählt wurde.

Ebene 3 von 6 Kriterium E: Nutzung der Mathematik

Warum diese Ebene Die eingesetzte Mathematik ist relevant und liegt auf Kursniveau: Exponentialfunktion und Exponentialgleichung, Logarithmengesetze zur Linearisierung, lineare Regression, Kettenregel bei der Ableitung. Sie trägt die Frage von Anfang bis Ende, und sie ist rechnerisch korrekt.

Warum nicht höher Demonstriertes Verständnis bleibt begrenzt. Das Modell wird aus einem Physikbuch übernommen, ohne dass die Annahme dahinter geprüft würde. Als Beleg für die Modellgüte dient der Korrelationskoeffizient – der misst aber nur, wie gerade die linearisierten Daten liegen, nicht, ob das Modell richtig ist; das ist ein echter inhaltlicher Kurzschluss. Die Ableitung wird korrekt gebildet und in einem Satz gedeutet, ohne dass die Bedeutung des Vorfaktors erklärt wird. Das Handbuch ist hier deutlich: Die Angabe der korrekten Antwort reicht nicht aus, um Verständnis zu demonstrieren.

Strittig

Ebene 4 ist vertretbar, weil die Mathematik durchgehend korrekt ist und der Deskriptor für 4 nur „teilweise korrekt“ verlangt. Die Leiter ist an dieser Stelle im Handbuch nicht trennscharf. Wer 4 gibt, kommt auf 13 Punkte.

Gesamturteil

Eine ordentliche, ehrliche Arbeit ohne Fehler und ohne Funken. Genau das ist der pädagogische Wert: Die Lerngruppe sieht, dass „nichts falsch“ und „gut“ zwei verschiedene Dinge sind – und dass die fehlenden acht Punkte nicht an schwerer Mathematik hängen, sondern an einer Achsenbeschriftung, an konsequenter Notation, an einer geprüften Vorhersage und an einer Reflexion, die etwas verändert.

Muster C – Der schnellste Weg zum Bus

Higher Level • 18 von 20 Punkten

Ebene 4 von 4 Kriterium A: Präsentation

Warum diese Ebene Stimmig: Die Einleitung stellt die Frage in zwei Teilen und sagt sogar, wie der zweite Teil entstanden ist. Jeder Abschnitt bringt die Frage weiter; Abschnitt 7 beantwortet den zweiten Teil, Abschnitt 8 beide. Gut gegliedert: Modell, Messung, Funktion, Optimierung, Sensitivität, Verallgemeinerung, Schluss – die Reihenfolge ist zwingend. Beide Abbildungen und beide Tabellen stehen dort, wo man sie braucht. Prägnant: Keine Rechnung steht doppelt, die Randfälle werden in zwei Zeilen erledigt, die Annahmen stehen als kurze Liste statt als Absatz.

Warum nicht höher Ebene 4 ist die höchste.

Ebene 4 von 4 Kriterium B: Mathematische Kommunikation

Warum diese Ebene Durchgehend konsistent: Alle Größen werden in Abschnitt 2 mit Einheit definiert und behalten ihre Bezeichnung bis zum Schluss. Die Gleichungen sind nummeriert, und die Nummern werden benutzt. Vier Darstellungsformen greifen ineinander – Skizze, Tabelle, Termumformung, Graph. Die Herleitung in Abschnitt 5 ist deduktiv aufgebaut, mit der ausdrücklichen Bemerkung, warum quadriert werden darf. Abbildung 1 definiert θ zeichnerisch, bevor der Winkel in Abschnitt 7 gebraucht wird.

Warum nicht höher Ebene 4 ist die höchste. Das Handbuch stellt ausdrücklich klar, dass kleine Fehler ohne Beeinträchtigung der Klarheit hier nicht abwerten.

Ebene 3 von 3 Kriterium C: Persönlicher Einsatz

Warum diese Ebene Belege an vielen Stellen und in hoher Qualität. Die Frage kommt aus einem echten Streit und ist nicht konstruiert. Die Geschwindigkeiten werden selbst gemessen, mit fünf Läufen je Untergrund und Standardabweichung, statt aus dem Netz genommen. Der zweite Teil der Frage entsteht mitten in der Arbeit aus einer eigenen Beobachtung („kam sie mir bekannt vor“). Die Frage in Abschnitt 6, wie genau man den Punkt treffen muss, stellt niemand außer dem Verfasser. Und Abschnitt 8 räumt ein, dass beide Streitparteien unrecht hatten – das treibt die Arbeit kreativ voran und lässt den Leser die Absicht verstehen.

Warum nicht höher Ebene 3 ist die höchste.

Ebene 2 von 3 Kriterium D: Reflexion

Warum diese Ebene Sinnvolle Reflexion ist eindeutig belegt: Abschnitt 8 diskutiert eine Einschränkung (die nicht konstante Geschwindigkeit nach dem Richtungswechsel), benennt ihre Richtung (sie verschiebt den Vergleich zugunsten der Luftlinie), nennt den nächsten Schritt und bewertet die Arbeit selbst („den Vergleich zweier Wege halte ich für den weniger interessanten Teil“).

Warum nicht höher Für Ebene 3 verlangt das Handbuch umfangreiche Belege, das heißt: Die kritische Reflexion zieht sich durch die gesamte Arbeit. Hier steht sie fast vollständig in Abschnitt 8. Abschnitt 6 kommentiert zwar ein Ergebnis, reflektiert aber nicht über das Vorgehen. An keiner Stelle wird

erklärt, warum die Geschwindigkeiten gemessen und nicht geschätzt wurden – genau dort hätte eine Zeile Reflexion mitten in der Arbeit gestanden.

Strittig

Ebene 3 ist gut vertretbar: Die Reflexion am Schluss ist von hoher Qualität, und der Satz, man würde den allgemeinen Fall beim nächsten Mal an den Anfang stellen, zeigt, wie sie zur Entwicklung beigetragen hat. Wer 3 gibt, kommt auf 19. Diese eine Streitfrage ist das Beste, was man in der Punktekonzferenz von Doppelstunde 6 diskutieren kann: Sie zeigt, dass es beim Bewerten nicht um Geschmack geht, sondern um die Frage, ob ein bestimmter Deskriptorbestandteil – hier „umfangreich“ – belegt ist oder nicht.

Ebene 5 von 6 Kriterium E: Nutzung der Mathematik

Warum diese Ebene Relevant und auf Kursniveau: Kettenregel, Optimierung mit notwendiger Bedingung, zweite Ableitung als hinreichendes Kriterium, Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck, Mittelwert und Standardabweichung. Korrekt: Die Ableitungen stimmen, die Umformung ist sauber begründet, die zweite Ableitung ist richtig berechnet und richtig ausgewertet (strenge Konvexität auf dem ganzen Intervall, daher eindeutiges Minimum). Umfassendes Verständnis wird durchgehend demonstriert – nirgends steht nur ein Ergebnis. Und der Anspruch ist eindeutig belegt: Die Optimalitätsbedingung wird nicht nur ausgewertet, sondern umgeschrieben, bis sie als Brechungsgesetz erkennbar ist, und danach für zwei Medien allgemein hergeleitet. Das Handbuch nennt genau das als Beispiel für Anspruch – zugrundeliegende Strukturen erkennen, die verschiedene Bereiche verbinden.

Warum nicht höher Für Ebene 6 verlangt das Handbuch Anspruch und Stringenz, und die Mathematik muss präzise sein. Die Stringenz hat drei benennbare Lücken. Erstens wird das Intervall $[0, d]$ angegeben, der Fall, dass die optimale Stelle außerhalb liegen könnte, aber nie diskutiert – bei diesen Zahlen tut sie es nicht, aber das wird nicht gesagt. Zweitens steht die Bedingung $v_1 < v_2$ erst ganz am Schluss und nur für den allgemeinen Fall, obwohl sie schon Gleichung (3) betrifft. Drittens wird beim Quadrieren „für $x > 0$ “ vorausgesetzt, ohne dass $x = 0$ gesondert betrachtet wird. Jede einzelne Lücke ist klein; zusammen sind sie genau das, was „Stringenz“ meint.

Gesamturteil

Eine Arbeit, die zeigt, wovon der Unterschied zwischen einer guten und einer sehr guten Erkundungsarbeit tatsächlich abhängt: nicht von schwererer Mathematik, sondern davon, dass eine Bedingung umgeschrieben statt nur ausgerechnet wird. Für die Lerngruppe sind die beiden fehlenden Punkte der eigentliche Ertrag – sie hängen an einer Reflexion, die zu spät kommt, und an drei Sätzen, die nicht dastehen.

Teil B Lösungen

Zu M 2: Erkundung oder nicht?

Kartensatz aus Doppelstunde 1. Die Spalte „Stapel“ ist die Auflösung, die Spalte „Warum“ das, was in der Auswertung an die Tafel kommt.

Nr.	Karte	Stapel	Warum
1	Die Geschichte der Zahl π von Archimedes bis heute	keine	Rein beschreibendes historisches Thema. Die Lehrerhandreichungen nennen genau das als ungeeignet.
2	Wie gut beschreibt eine logistische Funktion die Abonnentenzahlen meines Lieblingskanals in den ersten 100 Tagen?	Erkundung	Frage, eigene Daten, ein Modell, das an den Daten scheitern kann. Alle drei Merkmale erfüllt.
3	Fibonacci-Zahlen in der Natur	keine	Ein Thema, keine Frage. Wird eines, sobald daraus wird: Wie gut sagt die Folge die Zahl der Spiralen in unseren Sonnenblumen voraus?
4	Ist der Winkel, aus dem ich beim Basketball am häufigsten treffe, auch der mathematisch günstigste?	Erkundung	Eigene Trefferdaten und eine Optimierung, und die Frage vergleicht beides. Der Vergleich ist der eigene Beitrag.
5	Der Satz des Pythagoras – fünf verschiedene Beweise im Überblick	kommt darauf an	Als Sammlung fremder Beweise reine Reproduktion. Trägt, sobald die Beweise nach einem selbst gewählten Kriterium verglichen werden – etwa: Welcher braucht die wenigsten Voraussetzungen?
6	Wie ändert sich das Volumen eines Rotationskörpers, wenn ich die erzeugende Funktion in y-Richtung strecke?	Erkundung	Innermathematisch, aber mit eigener Frage. Lässt sich vermuten, prüfen, verallgemeinern und beweisen.
7	Die Bedeutung der Mathematik für die Kryptographie	keine	Referatsthema. Keine Frage, keine eigene Mathematik, kein eigener Zugriff.
8	Welcher von drei Handytarifen wäre für mein tatsächliches Nutzungsverhalten der letzten sechs Monate der günstigste gewesen?	Erkundung	Echte Entscheidung, eigene Daten, mindestens zwei Möglichkeiten im Vergleich. Vorsicht: Die Mathematik muss über Dreisatz hinausgehen – Kostenfunktionen und ihre Schnittpunkte.
9	Die Normalverteilung	keine	Ein Lehrplankapitel, kein Vorhaben.
10	Wie hoch müsste ein Riesenrad sein, damit man im höchsten Punkt schwerelos wird?	kommt darauf an	Die Rechnung ist nach einer halben Seite fertig. Trägt erst mit Erweiterung: Abhängigkeit von Radius und Umlaufzeit, Vergleich mit realen Riesenrädern, Grenzen des Modells.
11	Zwei Näherungsverfahren zur Nullstellenbestimmung an einer selbst gewählten Funktion: Welches braucht wie viele Schritte?	Erkundung	Vergleich zweier Zugänge an einer selbst gewählten Funktion. Die Konvergenz lässt sich untersuchen und begründen.
12	Sind die Sternbewertungen in einer App-Store-Kategorie manipuliert? Ein Test mit dem benfordschen Gesetz.	kommt darauf an	Die beste Falle im Satz: Die Frage klingt hervorragend, aber das benfordsche Gesetz gilt für Zahlen über mehrere Größenordnungen – nicht für Werte zwischen 1 und 5. Trägt, sobald stattdessen die Anzahl der Bewertungen je App untersucht wird.

Worauf die Auswertung hinausläuft

Die Stapel „keine“ tragen alle dasselbe Merkmal: ein Thema statt einer Frage. Die Stapel „kommt darauf an“ haben eine Frage, aber zu wenig Mathematik oder die falsche. Nur der erste Stapel hat beides.

Karte 12 lohnt die meiste Zeit. Wer merkt, dass das Verfahren nicht zu den Daten passt, hat genau die Prüfung vollzogen, um die es in Kriterium E geht.

Zu M 9: Trichterblatt

Zwei gelungene Trichter und ein gescheiterter. Die gescheiterte Fassung ist die lehrreichste – sie zeigt, dass der Fehler fast immer auf Stufe 2 passiert.

Standard Level • Bauart Modellierung Beispiel 1

Stufe	Eintragung
1. Interessenfeld	Kaffee
2. Phänomen	Morgens ist er zu heiß, nach dem Zähneputzen fast kalt. Das Zeitfenster dazwischen fühlt sich jedes Mal anders lang an.
3. Frage	Wie gut beschreibt ein exponentielles Modell die Abkühlung meines Kaffees, und wann erreicht er die Trinktemperatur von 55 °C?
4. Mathematik	Exponentialfunktion und Exponentialgleichung (B 2.7, B 2.9), Linearisierung mit Logarithmengesetzen (B 2.8), lineare Regression (B 4.2), Ableitung mit der Kettenregel (B 5.3). Daten: eigene Messreihe, 15 Werte alle drei Minuten, Küchenthermometer.

Higher Level • Bauart Anwendung Beispiel 2

Stufe	Eintragung
1. Interessenfeld	Mein Schulweg
2. Phänomen	Zwischen Schultor und Haltestelle liegt eine Rasenfläche, am Rand ein gepflasterter Weg. Auf dem Pflaster läuft man schneller, der Weg ist aber länger.
3. Frage	An welcher Stelle sollte ich vom Rasen auf den Weg wechseln, um die Haltestelle in der kürzesten Zeit zu erreichen?
4. Mathematik	Zeitfunktion aufstellen, Kettenregel (B 5.3), Optimierung mit notwendiger und hinreichender Bedingung (B 5.7, B 5.5), Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck (B 3.1), Mittelwert und Standardabweichung (B 4.1). Daten: eigene Geschwindigkeitsmessung, fünf Läufe je Untergrund.

So scheitert ein Trichter Beispiel 3

Stufe	Eintragung	Was hier schiefgeht
1. Interessenfeld	Musik	Nichts. Ein Impuls darf breit sein.
2. Phänomen	Musik hat viel mit Zahlen zu tun.	Hier passiert der Fehler. Das ist kein Phänomen, sondern eine Behauptung. Nichts daran verändert sich, ist ungleich verteilt oder lässt sich vergleichen.
3. Frage	Wie funktioniert die Fourier-Analyse?	Eine Nachschlagefrage. Keine Rechnung beantwortet sie – man liest die Antwort.
4. Mathematik	Fourier-Reihen	Weit außerhalb des Lehrplans, und niemand am Tisch kann sagen, welche Rechnung hier eigentlich gemacht würde.

So wird derselbe Trichter gerettet

Stufe 2 konkret machen: „Dasselbe Stück klingt auf dem Klavier und auf der Geige unterschiedlich gestimmt – bei manchen Akkorden hört man es deutlich.“

Stufe 3 folgt dann von selbst: „Wie groß ist die Abweichung zwischen der reinen und der gleichstufigen Stimmung bei einem Dur-Dreiklang, in Cent gemessen?“

Stufe 4 liegt plötzlich im Lehrplan: Potenzen und Logarithmen (B 2.7, B 2.8), Verhältnisse und relative Abweichung.

Merksatz für die Beratung in Doppelstunde 4: Wer auf Stufe 3 hängt, hat fast immer ein Problem auf Stufe 2. Nicht an der Frage feilen – zurück zum Phänomen.

Zu M 5: Finde den Fehler

Nr.	Kriterium	Was verletzt ist	So wäre es richtig
1	B	Computerschreibweise („ x^2 “) und keine Rechenschritte. Das Handbuch nennt den durchgehenden Gebrauch von Computerschreibweise als Beispiel für Ebene 1.	„Wegen $x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$ hat die Gleichung die Lösungen $x = -4$ und $x = 1$.“
2	B	Unbeschriftete Abbildung – im Handbuch ausdrücklich als Beispiel für Ebene 1 genannt.	Beide Achsen mit Größe und Einheit, Legende, Unterschrift mit Nummer und Aussage: „Abbildung 3: ...“.
3	B	Variablen nicht definiert. Der Deskriptor verlangt die Definition von Schlüsselbegriffen und Variablen, wo erforderlich.	„Dabei bezeichnet a ... in ... und b ... in ...“ – vor der ersten Verwendung.
4	A	Relevante Grafiken gehören an die passende Stelle im Text. Der Anhang ist für große Datenmengen und Zusatzmaterial.	Das Diagramm in den Text, dorthin, wo die Regression besprochen wird.
5	A	Nicht prägnant: unnötig repetitive Berechnungen.	Eine Rechnung vollständig, die übrigen als Tabelle, danach die Verallgemeinerung.
6	A	Nicht stimmig: Der Schluss führt etwas ein, das im Hauptteil nicht vorkommt.	Entweder das zweite Modell im Hauptteil entwickeln – oder den Satz streichen.
7	B	Unangemessene Genauigkeit. Acht Messwerte tragen keine sieben Nachkommastellen.	„Die Standardabweichung beträgt 4,4 cm; ich runde auf zwei signifikante Stellen, weil das Maßband auf 0,1 cm genau ist.“
8	A	Keine Einführung, kein genanntes Ziel. Trifft „gut gegliedert“ und „stimmig“ zugleich.	Eine Einleitung, die die Frage stellt und sagt, wie die Arbeit vorgeht.

Zu M 7: Kartenlegen

	C – Persönlicher Einsatz	D – Reflexion
Ebene 3	g) eigene Darstellung entwickelt, weil die naheliegende nichts zeigte i) Vorhersage vorher aufgestellt und dann geprüft	j) einseitige Abweichung als Hinweis auf eine falsche Annahme, mit Reichweite für die eigene Frage l) Rückblick auf die wichtigste Entscheidung, mit Folge für das weitere Vorgehen
Ebene 2	e) Sonderfall von Hand nachgerechnet, dann verallgemeinert m) selbst gemessen, mit Begründung warum nicht aus der Literatur	f) Grenze benannt und auf eine Annahme zurückgeführt h) zwei Verfahren verglichen, mit Vor- und Nachteil
Ebene 1	c) persönlicher Anlass für die Themenwahl	d) „passt gut“ – reine Beschreibung des Ergebnisses
Zählt nicht	a) Stundenzahl – Einsatz ist kein Maß für Anstrengung k) bloße Angabe der Datenherkunft	b) reines Ergebnis ohne Kommentar n) „viel gelernt, sehr spannend“

Die drei Karten, über die gestritten wird

m) – Ebene 2 oder 3? Die Begründung „weil die Literatur die Messmethode nicht angibt“ ist schon ein eigener kritischer Zugriff. Wer 3 vergibt, hat gute Gründe.

c) – Ebene 1 oder „zählt nicht“? Ein persönlicher Anlass allein ist noch kein Einsatz in der Mathematik. Ebene 1 verlangt aber nur „ein gewisses Maß“.

h) – Ebene 2 oder 3? Ein Vergleich zweier Verfahren steht im Handbuch unter „sinnvoll“. Käme dazu, was daraus für das weitere Vorgehen folgt, wäre es Ebene 3. Genau dieser Zusatz fehlt – und genau das ist der Unterschied, den die Lerngruppe erkennen soll.

Zu M 8: Reicht die Mathematik?

Die Blocknummern sind gegen die endgültige Blockliste des Kursbuchs zu prüfen. Es geht in der Aufgabe nicht um die richtige Nummer, sondern um das Urteil in der letzten Spalte.

Nr.	Erwartete Blöcke	Standard Level	Higher Level
1	B 5.7, B 5.2, B 3.1	Trägt knapp. Die Standarddose ist eine Lehrbuchaufgabe und nach einer Seite erledigt. Trägt, sobald eine echte, unregelmäßige Verpackung vermessen wird.	Trägt nicht ohne Erweiterung, etwa Verschnitt beim Zuschnitt oder verwandte Änderungsraten.
2	B 4.1, B 4.2, evtl. B 2.7	Trägt. Eigene Daten, klare Frage, Modellkritik möglich.	Trägt knapp. Eine lineare Regression allein ist kein Anspruch; es braucht einen Modellvergleich oder eine Verteilungsbetrachtung.
3	H 1.7, H 1.8, H 1.9	Trägt nicht – die komplexe Zahlenebene steht nicht im Standard-Level-Lehrplan.	Trägt. Anspruch und Stringenz sind hier leicht zu erreichen, wenn die Summenformel bewiesen statt bestätigt wird.
4	B 3.5, B 2.5, B 4.2	Trägt. Besonders die Deutung der vier Parameter demonstriert Verständnis.	Trägt knapp. Parameteranpassung reicht nicht; Residuenanalyse oder Modellvergleich ergänzen.
5	B 5.8 f. bzw. H 5.7	Trägt, wenn Rotationskörper um die x-Achse im Kurs behandelt sind. Die eigene Umrissfunktion ist der Zugang für Kriterium C.	Trägt, wenn um eine andere Achse rotiert oder mit Substitution beziehungsweise partieller Integration gearbeitet wird.
6	B 4.3 bis B 4.6 bzw. H 4.2, H 4.3	Trägt. Wichtig ist, dass eine Alternative gebaut und verglichen wird, nicht nur beschrieben.	Trägt, wenn eine Verteilung hergeleitet und nicht nur simuliert wird.

Zu M 12: Formular A, ausgefüllt

Ein Musterformular für Doppelstunde 6. Es zeigt, wie ausführlich die sechs Felder gemeint sind – und wo die Grenze zwischen tragfähig und zu dünn liegt.

Mathematik: Analyse und Ansätze · Standard Level	Formular A
--	------------

Name	Musterschülerin	Kurs	SL	Zurückzugeben bis	_____
------	-----------------	------	----	-------------------	-------

Feld	Eintragung
1. Interessengebiet	Kaffee, Frühstück
2. Thema	Wie schnell kühlt mein Kaffee ab? Ein exponentielles Modell im Test.
3. Grund für die Wahl	Ich trinke jeden Morgen vor der Schule einen Kaffee und verpasse regelmäßig das Zeitfenster, in dem er trinkbar ist. Ich will wissen, wie lang dieses Fenster tatsächlich ist. Ich vermute, dass es kürzer ist, als es sich anfühlt – vielleicht fünf Minuten.
4. Beschreibung der Aufgabe	Fragestellung: Wie gut beschreibt ein exponentielles Modell die Abkühlung meines Kaffees, und wann erreicht er 55 °C? Bauart: Modellierung. Geplante Mathematik: Exponentialfunktion und Exponentialgleichung (B 2.7, B 2.9), Logarithmengesetze zur Linearisierung (B 2.8), lineare Regression (B 4.2), Ableitung mit der Kettenregel (B 5.3). Zur Prüfung des Modells rechne ich die Abweichungen zwischen Mess- und Modellwerten aus und sehe mir an, ob sie zufällig verteilt sind.
5. Gesamtplanung	Woche 1: Messreihe aufnehmen, zweimal an verschiedenen Tagen. Woche 2: Linearisierung und Regression, Modell aufstellen. Woche 3: Modell prüfen, Ableitung, Trinktemperatur berechnen. Woche 4: Rohfassung schreiben. Danach: Rückmeldung abwarten, überarbeiten, Reinfassung.
6. Impulsmaterial und Datenerfassung	Eigene Messung: 250 ml Filterkaffee, Küchenthermometer mit Ablesung 0,5 °C, Messung alle drei Minuten über 42 Minuten, Raumtemperatur zu Beginn und am Ende notiert. Zwei Reihen, damit ich prüfen kann, ob die Abkühlkonstante reproduzierbar ist. Quelle für das Abkühlungsgesetz: Lehrbuch Experimentalphysik, wird im Quellenverzeichnis angegeben.

Woran du ein tragfähiges Formular erkennst

Feld	Tragfähig	Zu dünn – Auflage mitgeben
2 Thema	Der Titel enthält schon die Frage oder zeigt, wohin der Impuls geführt hat.	Nur das Impulswort: „Kaffee“, „Musik“, „Sport“. Das IB rät davon ausdrücklich ab.
3 Grund	Es steht eine Vermutung darin. Wer vermutet, kann später prüfen – das ist die Spur für Kriterium C und D.	„Ich finde das Thema interessant.“ Ohne Vermutung fehlt der Ansatzpunkt für persönlichen Einsatz.
4 Aufgabe	Mindestens zwei Blocknummern, und eine davon liegt nicht in den notwendigen Vorkenntnissen.	„Ich benutze Statistik.“ Oder nur Verfahren, die unter dem Kursniveau liegen.
5 Planung	Termine, die zu den Meilensteinen auf M 14 passen, und die Datenerhebung steht am Anfang.	Keine Reihenfolge, oder die Datenerhebung kommt zuletzt. Das ist der häufigste Grund, warum eine Arbeit im Februar stillsteht.
6 Daten	Es steht da, wie viele Werte erhoben werden und womit. Bei fremden Daten: woher und wie sie entstanden sind.	„Ich suche mir Daten im Internet.“ Ohne Angabe zur Auswahl der Daten ist die Arbeit später in Kriterium E angreifbar.

Abzeichnen oder Auflage

Abgezeichnet wird, wenn Feld 2, 4 und 6 tragfähig sind. Die Felder 3 und 5 lassen sich nachbessern, ohne dass die Arbeit stillsteht.

Eine Auflage ist immer ein Satz mit einem Termin: „Bis Freitag zwei Blocknummern in Feld 4 ergänzen.“ Nicht: „Noch etwas genauer.“

Teil C Rückmeldung zur Entwurfsfassung

Die Lehrerhandreichungen schlagen dafür Formular B vor. Es ist kein offizielles IB-Formular und darf angepasst werden. Der folgende Bogen ist die an unseren Kurs angepasste Fassung.

Die Regel, die auf dem Bogen steht

Dies ist die eine schriftliche Rückmeldung, die das Handbuch vorsieht. Die nächste Fassung, die abgegeben wird, ist die endgültige. Ratschläge dürfen sagen, wie die Arbeit verbessert werden könnte; der Entwurf darf nicht redigiert und nicht übermäßig mit Anmerkungen versehen werden, und Fehler werden benannt, nicht korrigiert.

Formular B – Erkundungsarbeit: Rückmeldung zur Entwurfsfassung

Name		Kurs		Entwurf erhalten am	
------	--	------	--	---------------------	--

Titel der Arbeit	
------------------	--

Kriterium	Stand jetzt	Was die Arbeit auf die nächste Ebene bringt
A Präsentation (0–4)		
B Mathematische Kommunikation (0–4)		
C Persönlicher Einsatz (0–3)		
D Reflexion (0–3)		
E Nutzung der Mathematik (0–6)		

Stellen, an denen die Mathematik nicht stimmt

Benannt, nicht korrigiert – Seitenangabe genügt.

--

Form und Redlichkeit

	Geprüft
☐	Deckblatt mit Titel und Anzahl der Seiten
☐	Doppelter Zeilenabstand, Umfang im Rahmen
☐	Relevante Abbildungen im Text, Anhang nur für Zusatzmaterial
☐	Quellenverzeichnis vollständig, eine Zitierweise durchgehalten
☐	Bilder, Daten und Formeln aus fremden Quellen belegt
☐	Nutzung von KI-Werkzeugen angegeben, sofern über Sprachkorrektur hinausgehend
☐	Keine Überschneidung mit dem umfangreichen Fachaufsatz oder anderen Arbeiten

Die drei wichtigsten Schritte bis zur Reinfassung

	Was zu tun ist
1	
2	
3	

Reinfassung fällig am		Unterschrift	
-----------------------	--	--------------	--

Teil D Nach der Abgabe

D 1 Anmerkungen in der Arbeit

Die Lehrerhandreichungen sind hier eindeutig: Es gehört zu den Aufgaben der Lehrkraft, die Arbeit mit Anmerkungen zu versehen, die zeigen, wo und warum eine bestimmte Ebene zuerkannt wurde. Dazu gehört die Prüfung der Mathematik und das Markieren etwaiger Fehler. Ohne diese Anmerkungen kann der Moderator die Punktzahl schwerer bestätigen.

Praktisch heißt das: je Kriterium mindestens eine Randnotiz mit dem Kriteriumsbuchstaben und einem Stichwort, dazu am Ende die fünf Ebenen mit je einem Satz. Das ist dieselbe Struktur wie im Bewertungsbogen M 11 – die Lerngruppe hat sie in Doppelstunde 5 selbst geübt.

D 2 Authentizität

- Schülerin oder Schüler und Lehrkraft unterzeichnen das Formular aus dem Dokument „Bewertungsverfahren für das Diplomprogramm“.
- Prüfmöglichkeiten laut Lehrerhandreichungen: Gespräch über den Inhalt; die Methoden erklären und Ergebnisse zusammenfassen lassen; einen Teil der Analyse mit anderen Daten wiederholen lassen; die Arbeit vor der Klasse präsentieren lassen.
- In diesem Workshop entstehen zwei der dafür nützlichen Dokumente von selbst: das Trichterblatt aus Doppelstunde 4 und das ausgefüllte Formular A aus Doppelstunde 6. Beide aufheben.
- Das Abgabegespräch (zehn Minuten, zwei Stellen erklären lassen) ist die einfachste und wirksamste Prüfung. Es steht auf M 14, ist also angekündigt.

D 3 Standardisierung

Die Moderation durch die IB wird schulweise angewandt, nicht auf einzelne Lehrkräfte. Wenn an der Schule mehrere Lehrkräfte Erkundungsarbeiten bewerten, muss vorher eine interne Standardisierung stattfinden – auch zwischen Standard Level und Higher Level. Die drei Musterarbeiten dieses Workshops eignen sich dafür: gemeinsam bewerten, Abweichungen besprechen, Maßstab festhalten.

D 4 Quellen

International Baccalaureate Organization: Handbuch Mathematik: Analyse und Ansätze. Für Prüfungen ab 2021. Abschnitt „Interne Bewertung“, Seiten 86–97.

International Baccalaureate Organization: Lehrerhandreichungen Mathematik: Analyse und Ansätze. Für Prüfungen ab 2021. Abschnitte „Vorbereitung auf die intern bewertete Erkundungsarbeit“, „Planung“, „Bewertung“, „Bewertungskriterien“ und „Häufig gestellte Fragen zur internen Bewertung“.

Formular A – Erkundungsarbeit: Anfängliche Planung (deutsche Fassung, IB).